

Spis treści

O autorze	15
Podziękowania od autora	17
Wstęp	19
O książce	19
Konwencje zastosowane w książce	20
Czego nie czytać	21
Naiwne założenia	21
Jak podzielona jest książka	21
Część I: Wprowadzenie do logiki	22
Część II: Rachunek zdań	22
Część III: Dowody, składnia i semantyka w rachunku zdań	22
Część IV: Rachunek kwantyfikatorów	23
Część V: Nowe kierunki w logice	23
Część VI: Dekalogi	23
Ikony użyte w książce	23
Co dalej	24
CZĘŚĆ I: WPROWADZENIE DO LOGIKI	25
ROZDZIAŁ 1: Czym właściwie jest logika?	27
Z perspektywy logiki	28
W poszukiwaniu odpowiedzi	28
Przyczyna i skutek	29
Wszystko i jeszcze trochę	30
Istnienie jako takie	31
Logiczne słowa	31
Prowadzenie wnioskowania	31
Formułowanie przesłanek	32
Wypełnianie luk krokami pośrednimi	32
Formułowanie wniosku	33
Orzekanie o poprawności wnioskowania	33
Wskazywanie przesłanek entymematycznych	33
Proste dochodzenie do wniosków dzięki pierwszym zasadom myślenia	34
Zasada tożsamości	34
Zasada wyłączonego środka	34
Zasada niesprzeczności	35
Łączenie logiki z matematyką	35
Matematyka pomaga w zrozumieniu logiki	35
Logika pomaga w zrozumieniu matematyki	36

ROZDZIAŁ 2: Od Arystotelesa do komputera	37
Logika klasyczna — od Arystotelesa do oświecenia	38
Arystoteles wynajduje sylogistykę	38
Aksjomaty i twierdzenia Euklidesa	41
Chryzyp i stoicy	42
Czas letargu	42
Logika nowożytna — XVII, XVIII i XIX wiek	43
Leibniz i renesans	43
Rozwój logiki formalnej	44
Logika w XX wieku i współcześnie	47
Logika nieklasyczna	48
Twierdzenie Gödla	48
Epoka komputerów	49
Co nas jeszcze czeka?	49
 ROZDZIAŁ 3: Jak działa wnioskowanie?	 51
Definicja logiki	52
Analiza struktury wnioskowania	52
Określanie poprawności formalnej	54
Przykłady wnioskowań	55
Niedzielny wypad na lody	55
Biedny Fifi	56
Gdzie wiosna spaliną oddycha	56
Przypadek niezadowolonego pracownika	57
Czym logika nie jest	57
Myślenie a logika	58
Rzeczywistość — co to takiego?	59
Adekwatność	60
Dedukcja i indukcja	61
Pytania retoryczne	62
Na co to komu?	64
Liczby i relacje (matematyka)	64
Wyprawa na księżyc (nauki przyrodnicze)	65
I/O (informatyka)	65
Powtórz to w sądzie (prawo)	65
Odnaleźć sens życia (filozofia)	66
 CZĘŚĆ II: RACHUNEK ZDAŃ	 67
 ROZDZIAŁ 4: Kwestie formalne	 69
Formalne aspekty logiki zdań	70
Stałe zdaniowe	70
Zmienne zdaniowe	71
Wartość logiczna	71
Pięć operatorów logiki zdań	71
Negacja	72

Koniunkcja	74
Alternatywa	75
Implikacja	77
Równoważność	79
Rachunek zdań a prosta arytmetyka	80
Wartości wejściowe i wyjściowe	80
Podstawianie	82
Nawiasy	82
Tłumaczenie zdań	83
Tłumaczenie z rachunku zdań na polski	83
Tłumaczenie z polskiego na rachunek zdań	85
ROZDZIAŁ 5: Znaczenie ewaluacji	89
Wartość logiczna	90
Wprowadzenie do ewaluacji w logice zdań	90
Inna metoda	92
Praca z wyrażeniami	93
Wskazywanie wyrażeń podrzędnych	93
Zakresy wyrażeń	94
Wskazywanie operatorów głównych	95
Osiem form wyrażeń w logice zdań	97
Powtórka z ewaluacji	98
ROZDZIAŁ 6: Tablice prawdy w ewaluacji wyrażeń	101
Tablica: metoda siłowa	102
Tvoja pierwsza tablica prawdy	103
Przygotowanie tablicy prawdy	103
Wypełnianie tablicy prawdy	105
Odczytywanie tablicy prawdy	107
Praca z tablicami prawdy	108
Tautologie i kontrtautologie	108
Ocena ekwiwalencji semantycznej	109
Spójność	110
Sprawdzanie poprawności	111
Składanie elementów w całość	113
Łączenie tautologii z kontrtautologią	113
Łączenie ekwiwalencji semantycznej z tautologią	115
Łączenie niespójności z kontrtautologią	115
Łączenie poprawności z kontrtautologią	116
ROZDZIAŁ 7: Tablice błyskawiczne	119
Tablica prawdy jest passé — nadszedł czas tablicy błyskawicznej	120
Proces stosowania tablicy błyskawicznej	121
Przyjmowanie założeń strategicznych	121
Wypełnianie tablicy błyskawicznej	122
Odczytywanie tablicy błyskawicznej	123
Obalenie założenia	123

Planowanie strategii	124
Tautologia	125
Kontrtautologia	125
Wyrażenie przygodne	125
Ekwiwalencja i nieekwiwalencja semantyczna	126
Spójność i niespójność	126
Poprawność i niepoprawność	126
Jak pracować z tablicami błyskawicznymi, żeby się nie przemęczyć	127
Rozpoznawanie sześciu najprostszych typów wyrażeń	128
Praca z czterema nieco bardziej złożonymi typami wyrażeń	129
Radzenie sobie z sześcioma trudnymi typami wyrażeń	132

Rozdział 8: Drzewa semantyczne **135**

Jak działa drzewo semantyczne?	136
Rozkład wyrażeń logiki zdań	136
Rozwiązywanie problemów przy użyciu drzew semantycznych	138
Sprawdzanie spójności lub niespójności	139
Sprawdzanie poprawności lub niepoprawności	141
Odróżnianie tautologii, kontrtautologii i wyrażeń przygodnych	143
Tautologie	144
Kontrtautologie	147
Wyrażenia przygodne	149
Sprawdzanie ekwiwalencji semantycznej lub jej braku	149

CZĘŚĆ III: DOWODY, SKŁADNIA I SEMANTYKA W RACHUNKU ZDAŃ **153**

ROZDZIAŁ 9: Konstrukcja dowodów **155**

Koniec z segregacją przesłanek i wniosków	156
Osiem reguł implikacji w logice zdań	157
Reguły implikacji: modus ponens i modus tollens	158
Reguły koniunkcji: dołączanie i opuszczanie	160
Reguły alternatywy: dołączanie i opuszczanie	162
Reguły podwójnej implikacji: sylogizm hipotetyczny i dylemat konstrukcyjny	165

ROZDZIAŁ 10: Reguły ekwiwalencji **169**

Odróżnianie implikacji od ekwiwalencji	170
Ekwiwalencje działają w obie strony	170
Odnoszenie ekwiwalencji do części	170
Dziesięć reguł ekwiwalencji	170
Opuszczanie negacji (ON)	171
Transpozycja (Trans)	172
Reguła zastępowania implikacji (ZI)	172
Eksportacja (Eks)	174
Przemienność (Przem)	175
Łączność (Łącz)	175

Reguła rozdzielności koniunkcji względem alternatywy (Roz)	176
Prawo de Morgana (DeM)	178
Tautologia (Taut)	179
Reguła zastępowania równoważności (ZR)	180

ROZDZIAŁ 11: Założenia w dowodzeniu warunkowym i nie wprost **183**

Dowód warunkowy	184
Jak działa dowód warunkowy	185
Wykorzystanie wniosku	186
Więcej niż jedno założenie	188
Dowodzenie nie wprost	189
Jak działa dowód nie wprost	189
Udowadnianie krótkich wniosków	191
Łączenie dowodu warunkowego z dowodem nie wprost	192

ROZDZIAŁ 12: Strategia konstruowania dowodów **193**

Proste dowody: metoda na wyczucie	194
Przyjrzyj się problemowi	194
Zapisz podstawowe spostrzeżenia	195
Wiedz, kiedy skończyć	197
Umiarkowanie trudne wnioskowania: kiedy używać dowodzenia warunkowego	197
Trzy przyjazne formy: $x \rightarrow y$, $x \vee y$ i $\sim(x \wedge y)$	198
Dwie mniej przyjazne formy: $x \leftrightarrow y$ i $\sim(x \leftrightarrow y)$	199
Trzy nieprzyjazne formy: $x \wedge y$, $\sim(x \vee y)$ i $\sim(x \rightarrow y)$	200
Trudne wnioskowania: jak wyjść z potrzasku	201
Wybór rodzaju dowodu wymaga rozwagi	201
Zaczynij budować dowód od wniosku	202
Zgłębienie form wyrażeń	204
Rozkładanie długich przesłanek	208
Przyjmij sprytne założenie	209

ROZDZIAŁ 13: Wszystkie operatory w cenie jednego **211**

Radzenie sobie z pięcioma operatorami logiki zdań	212
Redukcja zatrudnienia — historia z życia wzięta	213
Triumf chciwości	214
Bunt robotników	214
Konflikt interesów	215
Genialny plan	215
Jaki z tego morał?	217

ROZDZIAŁ 14: Składnia i semantyka **219**

Poprawnie skonstruowane wyrażenia	220
Jak działają wyrażenia	221
Luźniejsze zasady	222
Odróżnianie wyrażeń sformułowanych poprawnie od wyrażeń	

niepoprawnych	222
Porównanie logiki zdań z algebrą Boole'a	223
Odczytywanie symboli	223
Rozwiązywanie zadań	226
Półpierścienie	226
Składnia i semantyka w algebrze Boole'a	227

CZĘŚĆ IV: RACHUNEK KWANTYFIKATORÓW **229**

ROZDZIAŁ 15: Wprowadzenie do logiki kwantyfikatorów **231**

Rzut okiem na logikę kwantyfikatorów	232
Nazwy i predykaty	233
Wykorzystanie operatorów z logiki zdań	235
Zmienne nazwowe	236
Wyrażanie ilości przy użyciu dwóch nowych operatorów	236
Kwantyfikator ogólny	236
Kwantyfikator egzystencjalny	237
Dziedzina dyskursu	238
Wyrażenia i formy wyrażeń	240
Określenie zakresu kwantyfikatora	240
Zmienne wolne i związane	241
Wyrażenia i formy wyrażeń	241

ROZDZIAŁ 16: Tłumaczenie wyrażeń rachunku kwantyfikatorów **243**

Tłumaczenie podstawowych czterech rodzajów zdań kategoriycznych	244
„Każde” i „niektóre”	244
„Nie wszystkie” i „żadne”	246
Inne tłumaczenia podstawowych form	247
Wyrażanie słowa „każde” kwantyfikatorem $\forall$	248
Wyrażanie słowa „niektóre” kwantyfikatorem $\exists$	248
Wyrażanie określenia „nie wszystkie” kwantyfikatorem $\exists$	249
Wyrażanie określenia „żadne” kwantyfikatorem $\forall$	249
Zdania z innym słownictwem	250
Rozpoznawanie słowa „każde”	250
Rozpoznawanie słowa „niektóre”	251
Rozpoznawanie określenia „nie wszystkie”	251
Rozpoznawanie słowa „żadne”	251

ROZDZIAŁ 17: Dowodzenie w rachunku kwantyfikatorów **253**

Wykorzystanie reguł rachunku zdań w rachunku kwantyfikatorów	254
Porównywanie podobnych wyrażeń w rachunku zdań i rachunku kwantyfikatorów	254
Zastosowanie ośmiu reguł implikacji	255
Zastosowanie dziesięciu reguł ekwiwalencji	257
Przekształcanie zdań regułą zaprzeczenia kwantyfikatora (ZK)	258
Reguła zaprzeczenia kwantyfikatora (ZK)	258
Zastosowanie ZK w dowodzie	259

Cztery reguły kwantyfikatorów	260
Prosta reguła #1: instancjacja uniwersalna (IU)	261
Prosta reguła #2: generalizacja egzystencjalna (GE)	264
Trudna reguła #1: instancjacja egzystencjalna (IE)	266
Trudna reguła #2: generalizacja uniwersalna (GU)	270
ROZDZIAŁ 18: Relacje i tożsamości	275
Relacje	276
Definiowanie relacji i ich wykorzystywanie	276
Łączenie wyrażeń relacyjnych	277
Wykorzystanie kwantyfikatorów z relacjami	277
Praca z wieloma kwantyfikatorami	278
Relacje w dowodach	280
Tożsamości	282
Jak działa tożsamość	283
Tożsamości w dowodach	284
ROZDZIAŁ 19: Kwantyfikatory i drzewa semantyczne	287
Drzewa semantyczne w rachunku zdań	288
Zasady rozkładu wyrażeń	288
Wykorzystanie IU, IE i ZK	289
Stosowanie IU więcej niż raz	291
Nieskończone drzewa	294
CZĘŚĆ V: NOWE KIERUNKI W LOGICE	297
ROZDZIAŁ 20: Logika i komputery	299
Wczesne komputery	300
Babbage projektuje pierwsze komputery	300
Turing i UTM	301
Komputery współcześnie	303
Sprzęt i bramki logiczne	303
Oprogramowanie i języki komputerowe	305
ROZDZIAŁ 21: Logika nieklasyczna	307
Możliwość	308
Logika trójwartościowa	308
Logika wielowartościowa	309
Logika rozmyta	311
Logika modalna	313
Logika wyższego rzędu	315
Poza niesprzecznością	316
Kwantowy przeskok	317
Logika kwantowa	317
Dwa kubki	318

ROZDZIAŁ 22: Paradoksy i systemy aksjomatyczne	321
Ugruntowanie logiki w teorii zbiorów	322
Zbiory zebrane ze zbiorów	322
Paradoks: problem z teorią zbiorów	323
Opracowanie rozwiązania w Principia mathematica	324
System aksjomatyczny rachunku zdań	325
Udowadnianie niesprzeczności i zupełności	326
Niesprzeczność i zupełność logiki zdań i kwantyfikatorów	327
Formalizacja logiki i matematyki w ramach programu Hilberta	327
Twierdzenie Gödla o niezupełności	329
Znaczenie twierdzenia Gödla	329
Jak tego dokonał	329
Co to wszystko znaczy	331
 CZĘŚĆ VI: DEKALOGI	 333
 ROZDZIAŁ 23: Dziesięć cytatów o logice	 335
 ROZDZIAŁ 24: Dziesięciu wielkich logików	 337
Arystoteles (384 - 322 p.n.e.)	337
Gottfried Leibniz (1646- 1716)	338
George Boole (1815- 1864)	338
Lewis Carroll (1832-1898)	338
Georg Cantor (1845 - 1918)	339
Gottlob Frege (1848 - 1925)	339
Bertrand Russell (1872 - 1970)	339
David Hilbert (1862 - 1943)	339
Kurt Gödel (1906-1978)	340
Alan Turing (1912- 1954)	340
 ROZDZIAŁ 25: Dziesięć sposobów na ułatwienie sobie zaliczenia egzaminu	 341
Oddychaj	341
Przejrzyj cały arkusz	342
Zrób rozgrzewkę	342
Wypełniaj tablice prawdy kolumna po kolumnie	342
Jeśli gdzieś się zatniesz, spisz wszystko, co możesz	342
Jeśli naprawdę poważnie się zapłaczesz, przejdź dalej	343
Jeśli masz mało czasu, dokończ czarną robotę	343
Sprawdź swoje odpowiedzi	343
Przyznaj się do błędu	344
Siedź do samego końca	344
 Skorowidz	 345