

Spis treści

<b>Od autorów</b>	<b>11</b>
<b>I. Klasyczne metody numeryczne</b>	
<b>Rozdział 1. Na początek</b>	<b>15</b>
1.1. Wstęp z odrobiną historii	15
1.2. Czym są metody numeryczne	17
1.3. Błędy metod numerycznych	18
1.4. Poruszane problemy	24
<b>Rozdział 2. Interpolacja</b>	<b>25</b>
2.1. Interpolacja wielomianowa	26
2.1.1. Interpolacja wielomianami Czebyszewa	27
2.1.2. Przykład obliczeniowy	29
2.1.3. Interpolacja Newtona	29
2.1.4. Przykład obliczeniowy	31
2.1.5. Przykład obliczeniowy	32
2.1.6. Interpolacja Lagrange'a	34
2.1.7. Przykład obliczeniowy	35
2.2. Podsumowanie	36
<b>Rozdział 3. Rozwiązywanie równań nieliniowych</b>	<b>37</b>
3.1. Wstęp	37
3.2. Metoda iteracji prostej	37
3.2.1. Interpretacja geometryczna	39
3.2.2. Przykład obliczeniowy	39
3.3. Nadrelaksacja - poprawianie zbieżności	43
3.3.1. Przykład obliczeniowy	44
3.3.2. Przykład obliczeniowy	45
3.4. Metoda $\Delta^2$ Aitkena	46
3.5. Związek metody iteracji prostej z metodą Newtona	47
3.6. Metoda Newtona	48
3.6.1. Interpretacja geometryczna	48
3.6.2. Przykład obliczeniowy	50
3.6.3. Zbieżność metody	50
3.7. Metoda siecznych	52
3.7.1. Przykład obliczeniowy	53
3.8. Reguła fałsi	54
3.9. Warunki zakończenia obliczeń	56
3.10. Przykłady praktyczne	56

3.10.1. Pomiar strumienia objętości za pomocą kryzy	57
3.10.2. Tok obliczeń	57
3.10.3. Rozwiązanie	60
3.10.4. Przykład obliczeniowy	62
3.11. Miejsca zerowe wielomianów	64
3.11.1. Metoda iteracyjna Laguerre'a	65
3.12. Rozwiązywanie równań nieliniowych z wykorzystaniem MATLAB-a	65
3.13. Podsumowanie	66
<b>Rozdział 4. Całkowanie numeryczne</b>	<b>67</b>
4.1. Wstęp	67
4.2. Metoda prostokątów	68
4.3. Metoda trapezów	70
4.3.1. Ekstrapolacja Richardsona w metodzie trapezów	71
4.4. Metoda Romberga	73
4.4.1. Przykład obliczeniowy	74
4.5. Wzór Simpsona	75
4.5.1. Przykład obliczeniowy	78
4.6. Kwadratury Newtona-Cotesa	80
4.7. Kwadratury Gaussa	82
4.7.1. Kwadratury Gaussa-Kronroda	86
4.7.2. Kilka słów podsumowania	88
4.8. Metody Monte Carlo	88
4.8.1. Przykład obliczeniowy	89
4.9. Przykłady praktyczne	91
4.9.1. Moc sprężarki	91
4.9.2. Wymiana ciepła	97
4.10. Całkowanie w pakietach MATLAB i GNU Octave	98
4.11. Podsumowanie	99
<b>Rozdział 5. Różniczkowanie numeryczne</b>	<b>100</b>
5.1. Wyznaczanie wartości pochodnej	101
5.1.1. Różniczkowanie trójpunktowe	103
5.1.2. Przykład obliczeniowy	108
5.2. Inne metody różniczkowania	110
5.2.1. Różniczkowanie sygnałów zaszumionych	110
5.3. Podsumowanie	111
<b>Rozdział 6. Rozwiązywanie równań różniczkowych</b>	<b>112</b>
6.1. Podstawowe informacje o równaniach różniczkowych	112
6.2. Metody rozwiązywania problemów początkowych	117
6.2.1. Równania różniczkowe wyższych rzędów	118
6.2.2. Metody jednokrokowe	120
6.2.3. Metoda Rungego-Kutty rzędu drugiego	128
6.2.4. Przykład obliczeniowy	129
6.2.5. Przykład	133

6.2.6. Metoda Rungego-Kutty rzędu czwartego	134
6.2.7. Ogólne informacje o metodach Rungego-Kutty	136
6.2.8. Tablice Butchera	137
6.2.9. Metody Rungego-Kutty z estymacją błędu	138
6.2.10. Niejawne metody Rungego-Kutty	139
6.2.11. Metody wielokrokowe	140
6.2.12. Niejawna metoda trapezów	141
6.3. Szacowanie lokalnego błędu rozwiązania	147
6.4. Metody rozwiązywania problemów brzegowych	148
6.5. Wykorzystanie funkcji MATLAB-a	149
6.5.1. Przykład obliczeniowy	149
6.6. Podsumowanie	150

## **Rozdział 7. Rozwiązywanie układów liniowych równań algebraicznych** **151**

7.1. Wstęp	151
7.1.1. Układy równań liniowych	151
7.1.2. Normy wektorów i macierzy	152
7.2. Metody bezpośrednie	156
7.2.1. Eliminacja Gaussa	156
7.2.2. Metoda Gaussa-Jordana	159
7.3. Metody polegające na rozkładach macierzy	159
7.3.1. Rozkład LU	159
7.3.2. Rozkład QR	161
7.4. Metody iteracyjne	162
7.4.1. Metoda Gaussa-Seidla	162
7.5. Metody najszybszego spadku i gradientu sprzężonego	165
7.5.1. Metoda najszybszego spadku	165
7.5.2. Metoda gradientu sprzężonego	166
7.5.3. Przyspieszanie obliczeń	168
7.6. Podsumowanie	169

## **Rozdział 8. Aproksymacja** **170**

8.1. Aproksymacja punktowa wielomianowa	171
8.1.1. Aproksymacja średniokwadratowa	171
8.1.2. Przykład praktyczny	175
8.1.3. Rozwiązanie	176
8.2. Podsumowanie	179

## **II. Zaawansowane metody numeryczne**

### **Rozdział 9. Metoda różnic skończonych** **183**

9.1. Wstęp	183
9.2. Pochodna pierwszego rzędu	184
9.3. Pochodne wyższych rzędów	185
9.4. Pochodne mieszane	186
9.5. Przykład dwuwymiarowej analizy	188

9.6. Błędy	192
<b>Rozdział 10. Metoda elementów brzegowych</b>	<b>193</b>
10.1. Wstęp	193
10.1.1. Metoda Trefftza	194
10.2. Podstawy matematyczne	195
10.3. Równania całkowe metody elementów brzegowych	196
10.3.1. Ustalony przepływ ciepła	196
10.3.2. Numeryczna aproksymacja równań brzegowych	199
10.4. Przykład obliczeniowy	203
10.5. Podsumowanie	210
<b>Rozdział 11. Metoda elementów skończonych</b>	<b>211</b>
11.1. Wstęp	211
11.2. Idea metody elementów skończonych	211
11.3. Matematyczny opis układów mechanicznych	214
11.4. Przybliżone metody rozwiązywania równań	214
11.4.1. Metoda Rayleigha-Ritza	214
11.4.2. Metoda Galerkina	219
11.5. Wyznaczenie macierzy sztywności elementu prętowego	225
11.6. Wyznaczenie macierzy bezwładności elementu prętowego	229
11.7. Agregacja macierzy sztywności i bezwładności	230
11.7.1. Nakładanie warunków brzegowych Dirichleta	231
11.7.2. Przykład rozwiązania jednowymiarowego problemu statycznego	233
11.7.3. Macierz sztywności i bezwładności w globalnym układzie odniesienia	236
11.8. Elementy wyższych rzędów	241
11.9. Rozwiązywanie prostych zagadnień statyki	243
11.9.1. Przykład statyczny płaski	243
11.10. Zagadnienia dynamiczne	249
11.10.1. Superpozycja modalna	252
11.10.2. Przykład analizy drgań swobodnych pręta	255
11.10.3. Przykład analizy dynamicznej	259
11.11. Macierz sztywności i bezwładności elementu belkowego	263
11.12. Podsumowanie i kilka słów o błędach	268
<b>Rozdział 12. Obliczenia symboliczne</b>	<b>270</b>
12.1. Wstęp	270
12.2. Maxima	270
12.2.1. Wyrażenia i funkcje	271
12.2.2. Różniczkowanie i całkowanie	272
12.2.3. Macierze	273
12.2.4. Równania i układy równań	274
12.2.5. Równania różniczkowe	275
12.2.6. Pozostałe możliwości	276
12.2.7. Wybrane funkcje	279
12.3. SageMath	283

12.3.1. Wyrażenia i funkcje	283
12.3.2. Różniczkowanie i całkowanie	284
12.3.3. Macierze	285
12.3.4. Równania i układy równań	286
12.3.5. Równania różniczkowe	288
12.4. Podsumowanie	288

### **III. Metody statystyczne**

#### **Rozdział 13. Metody statystyczne** **293**

13.1. Wstęp	293
13.2. Pojęcia podstawowe	294
13.2.1. Prawdopodobieństwo	294
13.2.2. Rozkłady gęstości prawdopodobieństwa zmiennych losowych	298
13.2.3. Obiekt i jego model	301
13.2.4. Optymalizacja	302
13.2.5. Eksperyment i jego plan	303
13.3. Proste modele matematyczne obiektów	306
13.4. Wybór zmiennych wejściowych	307
13.5. Analiza regresji	308
13.5.1. Wyznaczanie parametrów funkcji regresji	311
13.5.2. Jakość funkcji regresji	313
13.5.3. Przedziały ufności dla funkcji regresji	316
13.5.4. Adekwatność funkcji regresji	317
13.6. Podsumowanie	319

#### **Rozdział 14. Planowanie eksperymentu** **320**

14.1. Wstęp	320
14.2. Plany dwupoziomowe	322
14.3. Plany dwupoziomowe ułamkowe	328
14.4. Plany trójpoziomowe	334
14.5. Plany Placketta-Burmana	337
14.6. Plany wielopoziomowe	337
14.6.1. Plany kompozycyjne	338
14.6.2. Planowanie rotatabilne	343
14.6.3. Plany Boxa-Behnkena	345
14.7. Planowanie losowe	346
14.8. Wspomaganie realizacji eksperymentów komputerowych	346
14.9. Wykorzystanie pakietu DAKOTA	347
14.10. Podsumowanie	349

#### **Bibliografia** **351**

#### **Skorowidz** **355**