

Spis treści

Przedmowa	9
1. Logika i zbiory	11
1.1. Elementy logiki	11
1.2. Elementy teorii mnogości	14
Zadania	16
2. Relacje i funkcje	19
2.1. Relacje	19
2.2. Funkcja jako relacja	22
Zadania	27
3. Działania i zbiory liczbowe	37
3.1. Działania i podstawowe struktury algebraiczne	37
3.2. Liczby rzeczywiste	40
3.3. Ciało liczb zespolonych	44
Zadania	50
4. Ciągi i szeregi	55
4.1. Ciągi liczbowe i ich granice	55
4.2. Szeregi liczbowe	66
4.3. Ciągi funkcyjne	73
4.4. Szeregi funkcyjne	75
Zadania	78
5. Wstęp do analizy funkcji zmiennej rzeczywistej	87
5.1. Podstawowe własności funkcji	87
5.2. Ciągłość funkcji	89
5.3. Własności funkcji ciągłych	92
5.4. Granice funkcji	94
5.5. Asymptoty funkcji	105
Zadania	107
6. Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej	117
6.1. Funkcje różniczkowalne i pochodna funkcji	117
6.2. Podstawowe twierdzenia	125
6.3. Pochodne jednostronne	130
6.4. Pochodne wyższych rzędów	131
6.5. Twierdzenie o wzorze Taylora	133
6.6. Ekstrema funkcji	136

6.7. Wklęsłość i wypukłość funkcji	142
6.8. Badanie zmienności funkcji	144
Zadania	151
7. Całki nieoznaczone	167
7.1. Funkcje pierwotne	167
7.2. Podstawowe metody całkowania	170
7.3. Całki nieoznaczone funkcji wymiernych	175
7.4. Całki nieoznaczone funkcji niewymiernych	183
7.5. Całki nieoznaczone funkcji trygonometrycznych	191
7.6. Inne całki nieoznaczone	195
Zadania	197
8. Całka oznaczona i jej zastosowania	205
8.1. Całka Riemanna	205
8.2. Związek całki z polem	210
8.3. Całki niewłaściwe	215
Zadania	218
9. Przestrzenie wektorowe	223
9.1. Definicja i przykłady	223
9.2. Bazy przestrzeni wektorowych	226
9.3. Przestrzeń wektorowa macierzy	231
9.4. Odwzorowania liniowe	235
Zadania	241
10. Wyznaczniki i równania liniowe	255
10.1. Wyznaczniki	255
10.2. Układy równań liniowych	261
10.3. Układy Cramera	263
10.4. Algorytm rozwiązywania układów równań	265
10.5. Układy jednorodne i niejednorodne	270
Zadania	271
11. Elementy topologii przestrzeni $\mathbb{R}^n$	283
11.1. Norma w $\mathbb{R}^n$	283
11.2. Odległość	287
11.3. Zbiory otwarte i domknięte	289
Zadania	293
12. Ciągi i ciągłość w przestrzeni $\mathbb{R}^N$	295
12.1. Zbieżność ciągów w przestrzeni $\mathbb{R}^N$	295
12.2. Własności granic ciągów	296
12.3. Ciągłość funkcji wielu zmiennych	298
12.4. Granica funkcji wielu zmiennych	302
Zadania	304

13. Pochodne funkcji wielu zmiennych	307
13.1. Różniczkowalność funkcji wielu zmiennych	307
13.2. Podstawowe własności pochodnych	310
13.3. Pochodne cząstkowe funkcji wielu zmiennych	311
13.4. Twierdzenia główne	316
13.5. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów	318
13.6. Wzór Taylora	320
13.7. Ekstrema funkcji wielu zmiennych	321
13.8. Twierdzenie o funkcji uwikłanej	330
Zadania	334
14. Krzywe	343
14.1. Krzywe i ich przykłady	343
14.2. Styczna i normalna do krzywej	346
14.3. Pole obszaru ograniczonego krzywą	348
14.4. Długość krzywej	350
14.5. Objętość i pole powierzchni bryły obrotowej	353
14.6. Krzywizna i środek krzywizny	356
14.7. Trójsćian Freneta	358
Zadania	361
15. Całki krzywoliniowe	365
15.1. Całka krzywoliniowa zorientowana	365
15.2. Całka krzywoliniowa niezorientowana	368
Zadania	370
16. Całka funkcji wielu zmiennych	373
16.1. Całka wielokrotna po prostopadłościanie	373
16.2. Całka wielokrotna po zbiorze dowolnym	375
16.3. Całka po zbiorach normalnych i regularnych	378
16.4. Twierdzenie Fubiniego	381
16.5. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce	385
16.6. Przekształcenia wzajemnie jednoznaczne	386
16.7. Zastosowania twierdzenia o zamianie zmiennych	389
Zadania	393
17. Powierzchnie i całki powierzchniowe	401
17.1. Powierzchnie w przestrzeni $\mathbb{R}^3$	401
17.2. Pole powierzchni	409
17.3. Całka powierzchniowa niezorientowana	411
17.4. Całka powierzchniowa zorientowana	413
Zadania	416
18. Twierdzenia typu Stokesa	423
18.1. Twierdzenie Greena	423
18.2. Funkcje potencjalne	425
18.3. Twierdzenie Gaussa-Ostrogradskiego	428

18.4. Twierdzenie Stokesa	430
Zadania	432
19. Równania różniczkowe zwyczajne	439
19.1. Definicja i przykłady równań różniczkowych	439
19.2. Równania różniczkowe rzędu pierwszego	441
19.3. Równania różniczkowe rzędu drugiego	453
Zadania	463
Dodatek. Funkcje elementarne	469
D.1. Funkcje zmiennej rzeczywistej	469
D.2. Funkcje wielu zmiennych	475
Odpowiedzi do zadań	477
Bibliografia	555
Skorowidz	557

oprac. BPK