

Spis treści

<b>Przedmowa</b>	<b>9</b>
<b>CZĘŚĆ I. WSTĘP DO MATEMATYKI</b>	<b>11</b>
<b>Wykład 1. Rachunek zdań. Formy zdaniowe. Prawa działań na kwantyfikatorach</b>	<b>13</b>
1.1. Pojęcie zdania	13
1.2. Funktory zdaniotwórcze (spójniki międzyzdaniowe)	14
1.3. Prawa logiki (tautologie)	15
1.4. Pojęcie reguł wnioskowania	17
1.5. Predykaty	19
1.6. Prawa działań na kwantyfikatorach	19
1.7. Zadania	21
1.8. Rozwiązania zadań	22
<b>Wykład 2. Zbiory. Iloczyn kartezjański. Relacje</b>	<b>27</b>
2.1. Zbiory (mnogości)	27
2.2. Podzbiory, zawieranie i równość zbiorów	28
2.3. Działania na zbiorach	28
2.4. Produkt kartezjański zbiorów	30
2.5. Relacje dwuargumentowe (binarne)	31
2.6. Zadania	33
2.7. Rozwiązania zadań	34
<b>Wykład 3. Grupowanie i porządkowanie</b>	<b>37</b>
3.1. Grupowanie	37
3.2. Porządkowanie	39
3.3. Zadania	43
3.4. Rozwiązania zadań	44
<b>Wykład 4. Składanie relacji, relacje odwrotne. Odwzorowania, własności odwzorowań</b>	<b>46</b>
4.1. Składanie relacji	46
4.2. Pojęcie relacji odwrotnej	47
4.3. Funkcje	48
4.4. Zadania	50
4.5. Rozwiązania zadań	52

<b>CZĘŚĆ II. ALGEBRA LINIOWA</b>	<b>57</b>
<b>Wykład 5. Rozwiązywanie układu równań liniowych metodą eliminacji</b>	<b>59</b>
5.1. Zadania	65
5.2. Rozwiązania zadań	66
<b>Wykład 6. Przestrzeń macierzy. Pojęcie przestrzeni wektorowej i podprzestrzeni. Iloczyn skalarny, ortogonalność</b>	<b>69</b>
6.1. Przestrzeń macierzy	69
6.2. Przestrzeń wektorowa, podprzestrzeń	71
6.3. Iloczyn skalarny i ortogonalność	73
6.4. Zadania	74
6.5. Rozwiązania zadań	75
<b>Wykład 7. Generowanie przestrzeni, liniowa niezależność, baza</b>	<b>78</b>
7.1. Otoczką liniowa	78
7.2. Liniowa niezależność	79
7.3. Pojęcie bazy	80
7.4. Ortogonalność	82
7.5. Zadania	83
7.6. Rozwiązania zadań	84
<b>Wykład 8. Przekształcenia liniowe</b>	<b>87</b>
8.1. Pojęcie przekształcenia liniowego. Obraz, jądro, rząd przekształcenia liniowego	87
8.2. Macierz przekształcenia liniowego	89
8.3. Zadania	93
8.4. Rozwiązania zadań	94
<b>Wykład 9. Iloczyn zewnętrzny (skośny). Wyznacznik i zorientowana objętość</b>	<b>97</b>
9.1. Iloczyn zewnętrzny (skośny)	97
9.2. Wyznacznik — określenie	100
9.3. Własności wyznacznika	101
9.4. Rozwinięcie Laplace'a-Cauchy'ego	102
9.5. Wyznacznik macierzy przekształcenia liniowego	104
9.6. Zadania	106
9.7. Rozwiązania zadań	107
<b>Wykład 10. Równania liniowe. Macierz odwrotna. Rząd macierzy. Macierz przejścia</b>	<b>111</b>
10.1. Ogólne własności równań liniowych	111
10.2. Reprezentacja macierzowa równania liniowego	112
10.3. Macierz odwrotna	114

10.4. Obliczanie macierzy odwrotnej	115
10.5. Wzór na macierz odwrotną	117
10.6. Macierze blokowe. Obliczanie macierzy odwrotnej przez podział na bloki	119
10.7. Macierz przejścia. Macierz przekształcenia liniowego w różnych bazach	123
10.8. Zadania	125
10.9. Rozwiązania zadań	127
<b>Wykład 11. Iloczyn wektorowy. Prosta. Hiperpłaszczyzna. Sfera</b>	<b>132</b>
11.1. Iloczyn wektorowy	132
11.2. Równanie prostej	135
11.3. Równanie płaszczyzny	139
11.3.1. Suma liniowa	139
11.3.2. Płaszczyzna	140
11.3.3. Hiperpłaszczyzna	140
11.3.4. Rzut ortogonalny na płaszczyznę	143
11.4. Sfera	145
11.5. Zadania	146
11.6. Rozwiązania zadań	147
<b>Wykład 12. Wektory własne i wartości własne przekształcenia liniowego. Macierze ortogonalne. Diagonalizacja macierzy</b>	<b>152</b>
12.1. Wektory własne i wartości własne przekształcenia liniowego	152
12.2. Pojęcie macierzy ortogonalnej	153
12.3. Sprowadzanie macierzy do postaci diagonalnej	155
12.4. Zadania	162
12.5. Rozwiązania zadań	162
<b>Wykład 13. Formy liniowe. Formy kwadratowe</b>	<b>166</b>
13.1. Formy liniowe w $R_{n \times 1}$	166
13.2. Formy kwadratowe na $R_{n \times 1}$	167
13.3. Postać kanoniczna formy kwadratowej	168
13.4. Określoność formy kwadratowej	169
13.5. Zadania	170
13.6. Rozwiązania zadań	171
<b>Wykład 14. Hiperpowierzchnie drugiego stopnia w przestrzeni <math>R_{n \times 1}</math></b>	<b>176</b>
14.1. Niejednorodne formy kwadratowe w przestrzeni $R_{n \times 1}$	176
14.2. Sprowadzanie niejednorodnej formy kwadratowej do postaci kanonicznej	177
14.3. Hiperpowierzchnie drugiego stopnia w przestrzeni $R_{n \times 1}$	179
14.4. Klasyfikacja krzywych drugiego stopnia w przestrzeni dwuwymiarowej	179

14.5. Klasyfikacja powierzchni drugiego stopnia w przestrzeni trójwymiarowej	180
14.6. Środek symetrii hiperpowierzchni	181
14.7. Zadania	184
14.8. Rozwiązania zadań	185

### **CZĘŚĆ III. ANALIZA MATEMATYCZNA** **191**

#### **Wykład 15. Przestrzeń metryczna. Granica ciągu punktów przestrzeni metrycznej** **193**

15.1. Odległość w przestrzeni euklidesowej	193
15.2. Przestrzeń metryczna	194
15.3. Granica ciągu punktów	198
15.3.1. Podstawowe pojęcia	198
15.3.2. Wzmianka o dalszym uogólnieniu koncepcji granicy ciągu punktów	202
15.4. Zadania	203
15.5. Rozwiązania zadań	204

#### **Wykład 16. Granica funkcji. Ciągłość** **207**

16.1. Funkcje rzeczywiste wielu zmiennych rzeczywistych	207
16.2. Granica w punkcie funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych	211
16.2.1. Pojęcie granicy iterowanej	213
16.3. Ciągłość funkcji	214
16.4. Zadania	215
16.5. Rozwiązania zadań	216

#### **Wykład 17. Pochodna kierunkowa. Pochodna funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych. Różniczka** **220**

17.1. Pochodna kierunkowa. Pochodna słaba (gradient). Pochodna mocna	220
17.2. Własności gradientu	226
17.3. Różniczkowalność	228
17.4. Zadania	229
17.5. Rozwiązania zadań	230

#### **Wykład 18. Pochodne wyższych rzędów. Wzór Taylora** **235**

18.1. Pochodna drugiego rzędu	235
18.2. Różniczki dowolnego rzędu	237
18.3. Wzór Taylora	239
18.4. Zadania	240
18.5. Rozwiązania zadań	241

<b>Wykład 19. Ekstrema funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych</b>	<b>245</b>
19.1. Zadania	251
19.2. Rozwiązania zadań	252
<b>Wykład 20. Różniczkowanie funkcji zmiennej wektorowej o wartościach wektorowych. Funkcje niejawne</b>	<b>255</b>
20.1. Funkcje o wartościach wektorowych	255
20.1.1. Wprowadzenie	255
20.1.2. Różniczkowanie funkcji o wartościach wektorowych	256
20.1.3. Zarys ogólnej koncepcji pochodnej	259
20.2. Funkcje niejawne (uwikłane)	261
20.3. Zadania	269
20.4. Rozwiązania zadań	270
<b>Wykład 21. Ekstrema warunkowe</b>	<b>274</b>
21.1. Zadania	279
21.2. Rozwiązania zadań	280
<b>Wykład 22. Całka nieoznaczona</b>	<b>283</b>
22.1. Definicja całki nieoznaczonej i podstawowe wzory	283
22.2. Całkowanie funkcji wymiernych	287
22.3. Zadania	292
22.4. Rozwiązania zadań	293
<b>Wykład 23. Całka oznaczona</b>	<b>299</b>
23.1. Pole trapezu	299
23.1.1. Addytywność	299
23.1.2. Medialność	300
23.1.3. Ciągłość	300
23.2. Własności funkcji przedziału	301
23.3. Całka oznaczona	305
23.4. Całki niewłaściwe	311
23.4.1. Całka niewłaściwa w przedziale nieskończonym	311
23.4.2. Całka niewłaściwa funkcji nieciągłych w jednym punkcie	312
23.5. Zadania	313
23.6. Rozwiązania zadań	314
<b>Wykład 24. Całka podwójna</b>	<b>318</b>
24.1. Całka podwójna jako funkcja obszaru płaskiego	318
24.2. Całka podwójna po prostokącie	319
24.3. Całka podwójna po obszarze normalnym	322
24.4. Całka podwójna po obszarze regularnym	323
24.5. Liniowość i addytywność całki podwójnej	324
24.6. Zadania	324

24.7. Rozwiązania zadań	325
<b>Wykład 25. Zamiana zmiennych w całce podwójnej</b>	<b>329</b>
25.1. Przekształcenia płaszczyzny	329
25.2. Wzór na zamianę zmiennych w całce podwójnej	335
<b>Wykład 26. Szeregi liczbowe. Szeregi potęgowe</b>	<b>339</b>
26.1. Zadania	345
26.2. Rozwiązania zadań	346
<b>Zadania do samodzielnego rozwiązania</b>	<b>352</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>371</b>
<b>Skorowidz</b>	<b>372</b>

oprac. BPK