

**Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie / Bartłomiej Błaszczyszyn,
Tomasz Rolski. – wydanie I - 1 dodruk (PWN). – Warszawa, 2018**

Spis treści

Przedmowa	11
1. Wstęp	13
1.1. Wprowadzenie	13
1.1.1. Zarys historii teorii ubezpieczeń na życie	14
1.1.2. Regulacje prawne	16
1.2. Ogólne zasady tworzenia oznaczeń	16
1.3. Organizacja książki	17
1.4. Uwagi bibliograficzne	18
2. Elementy matematyki finansowej	21
2.1. Oprocentowanie składane i ciągłe	21
2.1.1. Wartość kapitału w czasie	21
2.1.2. Kapitalizacja odsetek w podokresach	23
2.1.3. Kapitalizacja ciągła	24
2.1.4. Procent z góry	28
2.2. Renty	30
2.2.1. Renty bezterminowe	30
2.2.2. Renty pewne	32
2.2.3. Renty odroczone	35
2.2.4. Renty ciągłe	35
2.3. Przepływ pieniądza	37
2.4. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	40
2.5. Zadania do rozdziału 2	42
3. Tablice trwania życia	47
3.1. Przyszły czas życia	47
3.1.1. Prawdopodobieństwa śmierci i przeżycia	48
3.1.2. Natężenie zgonów	51
3.1.3. Obcięty i ułamkowy czas życia	52
3.2. Hipotezy agregacyjne	54
3.2.1. Przypadek jednorodnej populacji	54
3.2.2. Analityczne prawa śmiertelności	56
3.2.3. Hipoteza agregacji (HA)	58
3.3. Hipotezy interpolacyjne	61
3.3.1. Hipoteza jednostajności (HU)	62
3.3.2. Hipoteza przedziałami stałego natężenia zgonów (HCFM)	64
3.3.3. Hipoteza Balducciego (HB)	66

3.3.4. Uwagi o zgodności HJP z hipotezami interpolacyjnymi	68
3.3.5. Przykłady	69
3.4. Konstrukcja tablic trwania życia	72
3.4.1. Ogólna definicja tablicy	72
3.4.2. Tablice zagregowane	75
3.4.3. Przykłady obliczeń z tablicami zagregowanymi	76
3.4.4. Tablice selektywne	77
3.5. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	82
3.6. Zadania do rozdziału 3	83
4. Ubezpieczenia na życie	89
4.1. Wprowadzenie	89
4.2. Ubezpieczenia płatne w chwili śmierci	93
4.2.1. Ubezpieczenie na całe życie	94
4.2.2. Ubezpieczenie terminowe	95
4.2.3. Czyste ubezpieczenie na dożycie	95
4.2.4. Ubezpieczenie na dożycie	96
4.2.5. Odroczone ubezpieczenie na całe życie	97
4.2.6. Zmienna funkcja korzyści	98
4.3. Ubezpieczenia płatne na koniec roku lub podokresu śmierci	100
4.3.1. Ubezpieczenie na całe życie	101
4.3.2. Ubezpieczenie terminowe	102
4.3.3. Czyste ubezpieczenie na dożycie	102
4.3.4. Ubezpieczenie na dożycie	103
4.3.5. Odroczone ubezpieczenie na całe życie	104
4.3.6. Ubezpieczenia o zmiennych sumach	104
4.3.7. Wypłaty na koniec m-tej części roku	105
4.4. Analiza przykładowych funduszy	107
4.5. Związki i wzory rekurencyjne	114
4.5.1. Związki między modelem ciągłym a dyskretnym	114
4.5.2. Zależności rekurencyjne	115
4.6. Funkcje komutacyjne	118
4.6.1. Funkcja D_x	119
4.6.2. Funkcje C_x i M_x	119
4.6.3. Przypadek selekcji	120
4.7. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	122
4.8. Zadania do rozdziału 4	124
5. Renty życiowe	133
5.1. Wprowadzenie	134
5.2. Renty płatne w sposób ciągły	135
5.2.1. Renta na całe życie	135
5.2.2. Renta terminowa	136
5.2.3. Odroczone renta na całe życie	137
5.2.4. Odroczone renta terminowa	139

5.3. Renty na życie płatne dyskretnie	140
5.3.1. Renty na całe życie	141
5.3.2. Renty terminowe	143
5.3.3. Renty odroczone	144
5.3.4. Renty rosnące	146
5.3.5. Renty stałe, płatne częściej niż raz w roku	146
5.3.6. Renta zupełna i podzielna	148
5.4. Akumulacja aktuarialna	151
5.4.1. ${}_nE_x$ jako czynnik dyskonta aktuarialnego	151
5.4.2. Przykłady obliczeń z uwzględnieniem akumulacji aktuarialnej	152
5.4.3. Model ciągły	155
5.5. Funkcje komutacyjne	155
5.5.1. Funkcja N_x	156
5.5.2. Funkcja S_x	157
5.6. Tożsamości, związki rekurencyjne i przybliżenia	158
5.6.1. Interpretacje wybranych tożsamości	158
5.6.2. Zależności rekurencyjne	159
5.6.3. Aproksymacje składek rent m-krotnych	160
5.7. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	164
5.8. Zadania do rozdziału 5	166
6. Składki i rezerwy netto	171
6.1. Wprowadzenie pojęć	171
6.1.1. Modele składek i umów	171
6.1.2. Równanie wartości dla składki netto	174
6.1.3. Rezerwa składki netto	176
6.2. Polisy całkowicie ciągle	184
6.2.1. Polisy o dodatniej rezerwie końcowej	184
6.2.2. Polisy o zerowej rezerwie końcowej	186
6.2.3. Polisy o zmiennej intensywności składki	187
6.2.4. Składki i rezerwy netto dla wybranych polis	190
6.2.5. Ogólny model ciągły	192
6.3. Polisy całkowicie dyskretnie	196
6.3.1. Składki i rezerwy netto dla wybranych polis	198
6.3.2. Ogólny model dyskretny	200
6.4. Rezerwy w portfelu ubezpieczeń	204
6.4.1. Ujęcie deterministyczne	204
6.4.2. Rezerwa w rzeczywistym portfelu	209
6.4.3. Twierdzenie Hattendorffa	212
6.5. Modele mieszane	218
6.5.1. Składki płatne m-krotnie w roku	219
6.5.2. Składki podzielne i zupełne	221
6.5.3. Rezerwy w podokresach roku	222
6.6. Użycie funkcji komutacyjnych	226
6.7. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	228

6.8. Zadania do rozdziału 6	229
7. Składki i rezerwy w praktyce aktuarialnej	237
7.1. Składka brutto	237
7.1.1. Rodzaje kosztów	238
7.1.2. Równanie wartości dla składki brutto	239
7.1.3. Składka brutto w ogólnym modelu ciągłym	242
7.1.4. Składka brutto w ogólnym modelu dyskretnym	244
7.2. Rezerwa składki brutto	246
7.2.1. Rezerwa składki brutto w modelu ciągłym	248
7.2.2. Ogólny model dyskretny i rezerwy Zillmera	251
7.3. Teoria składki	254
7.3.1. Składka od ogólnego ryzyka	254
7.3.2. Składka a teoria użyteczności	256
7.3.3. Wypłacalność portfela	259
7.4. Składniki pozakosztowe	261
7.4.1. Inflacja	262
7.4.2. Reasekuracja	263
7.5. Margines wypłacalności	265
7.6. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	269
7.7. Zadania do rozdziału 7	270
8. Ubezpieczenia dla wielu osób	275
8.1. Status grupy	275
8.1.1. Prawdopodobieństwa statusów przeżyciowych	276
8.1.2. Statusy łącznego życia i ostatniego przeżywającego	277
8.1.3. Ogólny symetryczny status	281
8.1.4. Status niesymetryczny, konwencje oznaczeń	283
8.2. Składki podstawowych umów	286
8.2.1. Składki dla statusu łącznego życia i ostatniego przeżywającego	288
8.2.2. Tożsamości dla statusów symetrycznych	290
8.2.3. Przykłady bardziej złożonych umów	293
8.3. Dowody twierdzeń	296
8.4. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	300
8.5. Zadania do rozdziału 8	302
9. Ubezpieczenia wieloopcyjne	309
9.1. Podstawowe wielkości probabilistyczne	309
9.1.1. Czas i przyczyna wyjścia ze statusu	310
9.1.2. Wieloopcyjne tablice szkodowości	313
9.1.3. Hipotezy interpolacyjne	314
9.1.4. Stowarzyszony model jednoopcyny	315
9.2. Przykłady ubezpieczeń wieloopcyjnych	318
9.3. Uwagi dotyczące oznaczeń i bibliografii	320
9.4. Zadania do rozdziału 9	321

DODATKI

A. Odpowiedzi do zadań	327
B. Oznaczenia aktuarialne	341
C. Niektóre uregulowania prawne	349
C.1. Egzamin dla aktuarjuszy	349
C.2. Margines wypłacalności	354
D. Tablice	359
Literatura	381
Skorowidz	385

oprac. BPK