

**Układy dynamiczne w modelowaniu procesów przyrodniczych,
społecznych i technologicznych / Jacek Banasiak, Katarzyna Szymańska-
Dębowska. – Wydanie I. – Warszawa, 2023**

Spis treści

Wstęp	9
1. Wybrane fakty z analizy i algebry liniowej	11
1.1. Podstawowe pojęcia i definicje	11
1.1.1. Symbole Landaua O i o	13
1.2. Macierze	14
1.2.1. Funkcje macierzy	14
1.2.2. Wartości i wektory własne macierzy	16
1.2.3. Dodatniość w przestrzeniach wektorowych	23
1.2.4. Macierze Metzlera i twierdzenie Perrona-Frobeniusa	24
1.3. Uogólnienia pojęcia różniczkowalności	30
1.4. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych	33
1.4.1. Twierdzenie Taylora	34
1.5. Twierdzenie o funkcji uwikłanej	35
2. Równania różniczkowe i różnicowe	37
2.1. Równania różnicowe	37
2.1.1. Liniowe równanie różnicowe	38
2.1.2. Równania różnicowe sprowadzalne do równania liniowego	40
2.2. Przegląd równań różniczkowych zwyczajnych mających jawne rozwiązania	44
2.2.1. Równania o zmiennych rozdzielonych	45
2.2.2. Równania liniowe	53
2.2.3. Wybrane równania wyższych rzędów	55
2.2.4. Równania redukowalne do równań pierwszego rzędu	56
3. Zagadnienie Cauchy'ego	65
3.1. Podstawowe pojęcia	65
3.2. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań	66
3.2.1. Pojęcia i wyniki pomocnicze	66
3.2.2. Twierdzenie Picarda-Lindelöfa	68
3.2.3. Przedłużanie rozwiązań	70
3.2.4. Rozwiązalność układów równań liniowych	76
3.2.5. Inne twierdzenia o istnieniu rozwiązań	86
3.2.6. Ciągła zależność rozwiązania od warunków początkowych i parametrów	89
3.2.7. Nieujemność rozwiązań	92

3.2.8. Nieujemność rozwiązań układów równań liniowych	93
3.3. Nierówności różniczkowe	94
4. Układy dynamiczne	107
4.1. Pojęcia podstawowe	107
4.2. Długookresowa dynamika układów liniowych	109
4.3. Trajektorie, portrety fazowe i zbiory graniczne	114
4.3.1. Trajektorie i ich własności	114
4.3.2. Elementarne metody szkicowania portretów fazowych	117
4.3.3. Zbiory graniczne	126
4.4. Stabilność rozwiązań	130
4.5. Topologiczna równoważność układów dynamicznych	140
5. Funkcja Lapunowa i jej uogólnienia	145
5.1. Lokalna stabilność punktu stałego	145
5.2. Globalna stabilność punktu stałego	153
5.3. Zasada LaSalle'a	157
5.4. Stabilność brzegowych punktów stałych	160
5.5. Nieróżniczkowalne funkcje Lapunowa	164
5.6. Twierdzenia odwrotne do twierdzenia Lapunowa i ich zastosowania	172
6. Dalsze aspekty teorii układów dynamicznych	183
6.1. Rozmaitość stabilna, niestabilna, centralna	183
6.2. Odwzorowanie Poincarégo	203
6.3. Twierdzenie Poincarégo-Bendixona	209
6.4. Kryterium Bendixona i uogólnienie Dulaca	218
6.5. Bifurkacje	225
6.5.1. Bifurkacje lokalne	225
6.5.2. Bifurkacja Hopfa	230
6.5.3. Bifurkacje globalne	237
7. Modele wieloskalowe i zaburzone układy równań różniczkowych	245
7.1. Twierdzenie Tichonowa	247
7.2. Jednostajne twierdzenie Tichonowa	252
7.3. Opóźniona wymiana stabilności	257
7.3.1. Bifurkacja transkrytyczna	259
7.3.2. Bifurkacja widłowa	263
7.3.3. Bifurkacja wsteczna	264
8. Fale wędrujące	275
8.1. Fale wędrujące w kontekście układów dynamicznych	276
8.2. Metody konstrukcji rozwiązań w postaci fal wędrujących	294
8.2.1. Metoda tangensa hiperbolicznego i jej uogólnienia	295
8.2.2. Potrzebne i niepotrzebne uogólnienia	300

9. Podstawowa liczba reprodukcyjna	305
9.1. Dodatkowe własności macierzy Metzlera	305
9.2. Definicja podstawowej liczby reprodukcyjnej	306
9.2.1. Macierz następnego pokolenia	306
9.3. Matematyczna definicja R_0	309
9.4. R_0 a lokalna i globalna stabilność DFE	322
Skorowidz	335
Bibliografia	339

oprac. BPK